IKT204 MakroIktisatII Ders Notları II G . Ozhan

 Cuma, 29.03.2019

Bölüm 3

BÜYÜME VE BİRİKİM

Kaynak. Dornbusch-Fischer-Startz ve N. Gregory Mankiw

Bölüm Önemli Noktaları

* Ekonomik Büyüme, işgücü ve sermaye gibi girdilerdeki büyümeye, ve teknolojideki gelişmelere bağlı olarak gerçekleşir.
* Sermaye tasarruf ve yatırım üzerinden birikim gösterir
* Kişi başına output uzun dönemde tasarruf oranına pozitif olarak ve nüfus büyüme oranına negatif olarak bağlıdır.
* Neoklasiksel büyüme modeli yoksul ülkelerdeki yaşam standardının eninde sonunda refah ülkelerindeki düzeye dönüşeceğini öne sürer.

MAL VE HİZMETLERİN TOPLAM ÜRETİMİNİ NE BELİRLER?

Üretim Faktörleri

Üretim faktörleri mal ve hizmetleri üretmek için kullanılan girdilerdir. En önemli iki üretim faktörü sermaye ve emektir. Sermaye işçilerin kullandığı araçlardır: Kasabın et çekme makinesi, sekreterin yazı makinesi, inşaat işçisinin kepçesi, yazarın bilgisayarı, muhasebecinin hesap makinesi sermayedir. İşgücü insanların çalışarak harcadıkları zamandır. Diğer bütün üretim girdileri, aramalı, doğal kaynak olarak toprak v.b. bu bölümde önemli üretim faktörleri olarak ele alınmamıştır.

Sermaye miktarını göstermek için K ve işgücü miktarını göstermek için L yi kullanacağız. Belli bir dönem için ekonominin bu iki üretim faktörünü sabit alıyoruz.

$$K=\overbar{K}$$

$$L=\overbar{L}$$

ÜRETİM FONKSİYONU

Mevcut üretim teknolojisi veri sermaye ve işgücü miktarından ne kadar output üretileceğini gösterir. Ekonomistler inputlarla output arasındaki bu teknolojik ilişkiyi bir **üretim fonksiyonu** ile ifade ederler. Output miktarını Y ile gösterirsek

$$Y=F\left(K, L\right)$$

Üretim fonksiyonu sermaye ve emeği outputa dönüştüren mevcut teknolojiyi yansıtır.

ÖLÇEĞE SABİT GETİRİLER. Birçok üretim fonksiyonları ölçeğe sabit getiriler özelliği taşırlar. Matematiksel olarak bir üretim fonksiyonu için eğer herhangi bir pozitif sayı *z* için

$$zY=F\left(zK,zL\right)$$

geçerli ise bu üretim fonksiyonu ölçeğe sabit getiri özelliği taşır.

Örneğin bir fırın işletmesi makinelerin sayısını iki katına ve işçilerin sayısını iki katına çıkarttığında bir günde ürettiği ekmek miktarı da iki katına çıkıyorsa o işletme için üretim fonksiyonu ölçeğe sabit getiri özelliği taşıyor demektir.

Kuşkusuz bazı üretim fonksiyonları ölçeğe artan ve bazı üretim fonksiyonları da ölçeğe azalan getiriler sergileyebilir.

Daha genel bir tanım şöyledir.

**Ölçeğe getiriler**

Eğer q = f(K, L) ile verilmişse ve bütün girdiler aynı pozitif sayı m (m > 1) ile çarpılmışsa üretim fonksiyonunun ölçeğe getiriler durumunu şöyle tanımlarız:

|  |  |
| --- | --- |
| OUTPUTTAKİ ETKİ | ÖLÇEĞE GETİRİLER |
| 1. f(mK, mL) = mf(K, L) = mq
 | Sabit |
| 1. f(mK, mL) < mf(K, L) = mq
 | Azalan |
| 1. f(mK, mL) > mf(K, L) = mq
 | Artan |

Sezgisel olarak, eğer inputlardaki oransal bir artış outputu aynı oranda artırıyorsa, üretim fonksiyonu ölçeğe sabit getiriler sergiliyor demektir. Eğer output oransal olandan daha az bir artış gösteriyorsa ölçeğe azalan getiriler vardır. Ve eğer output oransal olandan daha fazla artıyorsa ölçeğe artan getiriler vardır.

Soru: Bu üç ilişkiyi (durumu) tek bir grafik üzerinde gösterebilir misiniz?

COBB-DOUGLAS ÜRETİM FONKSİYONU

Hangi üretim fonksiyonu gerçek ekonomilerde sermaye ve işgücünü GDP ye dönüştürür? Bu sorunun yanıtı bir ABD senatörü bir ekonomist ile bir matematikçi arasındaki tarihsel bir işbirliğinden kaynaklanır.

Paul Douglas Illinois den 1949 dan 1966 ya kadar bir ABD senatörü idi. Bir ekonomi profesörü iken 1927 de, sürpriz bir gerçeği fark etti: Uzun bir süredir ulusal gelirin sermaye ve işgücü arasındaki dağılımının kabaca sabit kaldığı görülmüştür. Bir başka ifade ile, ekonomi zaman içinde giderek büyüdükçe işçilerin toplam geliri ile sermaye sahiplerinin toplam geliri yaklaşık aynı hızda büyümektedir. Bu gözlem Douglas’ın hangi koşulların sabit faktör payları sonucunu yarattığını merak etmesine neden oldu.

Douglas, bir matematikçi olan Charles Cobb’a hangi üretim fonksiyonunun, eğer varsa, faktörler marjinal ürünlerini aldıkları varsayımı ile, sabit faktör payları sonucunu yarattığını sormuştur. Böyle bir üretim fonksiyonunun şu özelliklere sahip olması gerekir:

Sermaye Geliri = $MPKxK=αY$

ve

Emek (İşgücü) Geliri $=MPLxL=\left(1-α\right)Y$

Burada $α$ sıfırla bir arasında değişen ve gelirin sermaye payını gösteren bir sabittir. Yani $α$ gelirin hangi oranda sermayeye ve hangi oranda emeğe gittiğini belirler. Cobb bu özelliğe sahip olan fonksiyonun

$$F\left(K,L\right)=AK^{α}L^{1-α}$$

şeklinde yazılabileceğini söylemiştir. Burada $α$ mevcut teknolojinin üretkenliğini gösteren pozitif (sıfırdan büyük) bir parametredir. Bu fonksiyon Cobb-Douglas üretim fonksiyonu olarak bilinir.

Bu fonksiyonun özellikleri nelerdir? Birincisi Cobb-Douglas üretim fonksiyonu ölçeğe sabit getiriler özelliğine sahiptir. Yani eğer sermaye ve işgücü aynı oranda artırılırsa, outputta aynı oranda artar.

İkinci olarak, Cobb-Douglas (kimi zaman CD ile gösterilen) üretim fonksiyonu için marjinal ürünleri ele alalım. İşgücünün marjinal ürünü

$$MPL=\left(1-α\right)AK^{α}L^{-α}$$

Ve sermayenin marjinal ürünü

$$MPK=αAK^{α-1}L^{1-α}$$

Bu eşitliklerde, $α$ nın sıfırla bir arasında değiştiğini bilerek, iki faktörün marjinal ürünlerinin değişmesinin nelere bağlı olduğunu söyleyebiliriz. Sermaye miktarındaki bir artış MPL yi artırır ve MPK yı azaltır. Aynı şekilde, işgücü miktarındaki bir artış MPL yi azaltır ve MPK yı artırır. A parametresini artıran bir teknolojik gelişme her iki faktörün de marjinal ürünlerini artırır.

Cobb-Douglas üretim fonksiyonu için marjinal ürünler aynı zamanda

$$MPL=\left(1-α\right){Y}/{L}$$

$$MPK=α{Y}/{K}$$

şeklinde yazılabilir. MPL işgücü (işçi) başına outputla orantılıdır, ve MPK sermaye birimi başına outputla orantılıdır.

Y/L ortalama işgücü verimliliği olarak bilinir ve Y/K ortalama sermaye verimliliği adını alır. Eğer üretim fonksiyonu Cobb-Douglas ise, bir faktörün marjinal üretkenliği kendi ortalama üretkenliği ile orantılıdır.

Eğer faktörler kendi marjinal ürünlerini kazanırlarsa, bu durumda $α$ parametresi gelirin ne kadarının işgücüne ve ne kadarının sermayeye gideceğini gösterir.

O halde işgücüne ödenen toplam miktar $MPLxL=\left(1-α\right)Y$. Buna göre, $\left(1-α\right)$ outputtaki işgücü payını gösterir.

Aynı şekilde sermayeye ödenen toplam output ve sermayeye ödenen toplam miktar$ MPKxK=αY$, ve $α$ outputun sermaye payını gösterir. İşgücü gelirinin sermaye gelirine oranı, Douglas’ın öngördüğü şekliyle bir sabittir, ${\left(1-α\right)}/{α}$. Faktör gelirleri sadece$ α$ paremetresine dayanır, sermaye ve emeğin miktarlarına veya A parametresi ile ölçülen teknolojik düzeye değil.

Yakın zamana ilişkin ABD verileri Cobb-Douglas üretim fonksiyonu ile tutarlı sonuçlar ortaya koymuştur. Bazı ders kitapları $α$ nın .65 ile .70 arasında değiştiğini veya daha doğrusu kabaca sabit kaldığını belirtmektedir.

ÖZET OLARAK

Toplam gelir veya output her faktör kendi marjinal ürünü ile bağlantılı bir miktar kadar üretimden pay aldığı varsayımı ile

Y = (MPK)K + MPL(L)

$Y=α\left({Y}/{K}\right)K+\left(1-α\right)\left({Y}/{L}\right)L$

$Y=αY+\left(1-α\right)Y$

Eğer son eşitliği baştan sona Y ile bölersek

$1=α+\left(1-α\right)$

 BÜYÜME MUHASEBESİ,

K ve L veri iken üretimdeki veya GDP deki büyüme bütünüyle teknolojik değişime yani A ya bağlıdır.

Büyüme teorisinde çoğu zaman K ve L nin düzeyleri ile değil fakat bu inputlardaki veya üretim faktörlerindeki büyüme ile çalışmak zorunda kalırız. Şimdi başta yazdığımız üretim fonksiyonunu yeniden yazarak devam edelim.

$Y=F\left(K,L\right)=AK^{α}L^{1-α}$ (1)

Eşitlik (1) output büyümesini input büyümesine bağlayan oldukça spesifik (özel) bir öngörü formuna dönüştürülebilir.

$\frac{∆Y}{Y}=\left(1-α\right)\frac{∆L}{L}+α\frac{∆K}{K}+\frac{∆A}{A} $ (2)

Hatırlatma: Bir X değişkeni için büyüme hızı $g\_{x}$basit tanımıyla şu formülle hesaplanır:

$g\_{X}=\frac{X\_{t}-X\_{t-1}}{X\_{t-1}}=\frac{∆X}{X\_{t-1}}=\frac{∆X}{X}$ (3)

Buna göre Cobb-Douglas üretim fonksiyonunda output büyüme hızı:

 $g\_{Y}=\left(1-α\right)g\_{L}+αg\_{K}+g\_{A}$ (4)

Toplam faktör verimliliğindeki büyüme $g\_{A}$ diğer bütün inputlar veri iken (değişmezken) üretim yöntemlerindeki gelişmelerin bir sonucu olarak outputta ortaya çıkacak artış oranı veya büyümedir.

ÖRNEK

Varsayalım ki, ABD de sermayenin gelir payı .25 ve işgücünün payı .75 olsun, ki bu değerler yaklaşık olarak yakın zamana kadar geçerli olmuştur. Diyelim işgücü büyümesi yüzde 1.2 ve sermaye stoğu büyümesi yüzde 3, ve varsayalım ki toplam faktör verimliliğ yılda yüzde 1.5 büyüsün. Outputun büyüme oranı (hızı) nedir?

$g\_{Y}=$.75(yüzde 1.2) + .25(yüzde 3) + yüzde 1.5 = yüzde 3.15 = % 3.15.

Problem 1: Sadece iki üretim faktörünün olduğu bir basit senaryoda, varsayalım ki outputtaki sermaye payı .4 ve işgücü payı .6 ve sermaye ve işgücünün yıllık büyüme oranları sırasıyla yüzde 6 ve 2 olsun. Varsayalım ki teknolojik gelişme olmasın.

1. Output hangi oranda büyür?
2. Outputun ikiye katlanması ne kadar süre alır?
3. Şimdi varsayalım ki teknoloji yüzde 2 lik bir oranda büyüsün. Yukarıda (a) ve (b) ye olan yanıtlarınızı yeniden hesaplayınız.

Problem 2: Varsayalım ki output yılda yüzde 3 oranında büyür ve sermayenin ve işgücünün payı sırasıyla .3 ve .7 dir.

1. Eğer hem işgücü ve hem sermaye yılda yüzde 1 oranında büyürse, toplam faktör verimliliğinin büyüme hızı ne olacaktır?
2. Eğer sermaye ve işgücü stoğu birlikte veri (sabit) ise ne olur?

Çözüm 1:

Veriler: $α=.4$

$1-α=.6 $

$ g\_{K}= $yüzde 6

$ g\_{L}= $yüzde 2

$ g\_{A}=sıfır$

1. $g\_{Y}=\left(1-α\right)g\_{L}+αg\_{K}+g\_{A} $

$g\_{Y}$ = .6(yüzde 2) + .4(yüzde 6) + 0 = 1.2 + 2.4 = yüzde 3.6.

1. Bu soruyu yanıtlamak için genel büyüme formülünü tek bir değişken Y için üretim fonksiyonu şeklinde değil de bir zaman serisi olarak yazmak gerekir.

$Y\_{n}=Y\_{0}e^{rn}$ (5)

Not: Bu büyüme formülü daha önce IKT203 dersinde tanıtıldı.

Soruda verilen değerleri eşitlik (5) te yerine koyalım. Ancak önce

$\frac{Y\_{n}}{Y\_{0}}=e^{rn}$ (6)

olduğunu görünüz. Eşitlik (6) Y için büyüme indeksini verir, ve birikimli büyüme hızının hesaplanmasında doğrudan kullanılır. Yine Birinci Dönem MakroEkon Ders Notlarına bakınız. Şimdi son eşitlikte her iki tarafın logaritmasını alalım:

$$ln\left(\frac{Y\_{n}}{Y\_{0}}\right)=rn\left[ln\left(e\right)\right]=rn\left(1\right)=rn$$

Yn = 2Y0 olması istendiği için Yn/Y0 = 2 olacağı kesindir.

Son eşitlikten $n={ln\left(\frac{Y\_{n}}{Y\_{0}}\right)}/{r}={ln\left(2\right)}/{0.036}=.69316/.036$ = 19.25 yıl

Yukarıdaki işlem pratik olarak 70 (yetmiş) kuralı olarak bilinir. Doğal logaritma işlemlerinde 2 nin logaritması .69 yaklaşık olarak .70 kabul edilir ve 100 ile çarpılır. Sonuç ya 100 ile çarpılan büyüme hızına bölünür yıl sayısı olarak n bulur. Veya yıl sayısı belli ise 70 sayısı *n* ye bölünüp gerekli büyüme hız bulunur. Nihayet,

n = 70/3.6 = 19.44.

1. Şimdi yukarıdakilere ek olarak $g\_{A}=yüzde 2=\%2= .02$ verilmiştir.

gY= .6(yüzde 2) + .4(yüzde 6) + 2 = 1.2 + 2.4 + 2 = yüzde 5.6 =%5.6 = .056.

1. Yeni büyüme hızı daha yüksek olduğu için gelirin iki katına çıkması bu sabit hızda daha kısa bir sürede gerçekleşecektir.

*n* = 70/5.6 = 12.3.

Tarihsel not:

**Charles Wiggins Cobb** (1875–1949) bir Amerikalı matematikçi ve ekonomistti. University of Michigan dan 1912 de Ph.D. aldı. Her iki konu üzerinde bir çok yayın yaptı, fakat kendisi daha çok Cobb-Douglas üretim fonksiyonunu geliştirmekle meşhur olmuştur. Bu proje üzerinde Georgist ekonomist ve senator Paul. H. Douglas’la çalıştı. Douglas değişik kolejlerde öğretim üyeliği ve University of Chicago’da profesör olarak görev aldı (1919). Charles Cobb ve Paul Douglas 1928 de Amerikan ekonomisinin 1899-1922 yıllarını kapsayan dönemdeki büyümesi üzerinde bir çalışma yayınladılar. CD üretim fonksiyonunun üretim birçok faktöre bağlı olmakla birlikte bunu iki temel faktöre indirgemesi yaygın kabul gördü. Öyle ki, bu fonksiyonel biçim yaklaşık 80 yıldır, ekonominin tüketici ve üretici teorilerinde (mikroekonomi), makroekonomi, büyüme ve kalkınma, uluslararası ekonomi, maliye, işletmecilik, matematiksel iktisat gibi dallarında yüksek öğretimde izlenen analitik yaklaşımların vazgeçilmez bir aracı olmuştur.